

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

پیش آزمون

۳



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ پیش آزمون: شهریورماه ۱۴۰۳

## پیش آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۳	فصل ۱ (درس ۵) فصل ۲ (درس ۳)	فصل ۱ (درس ۲)
هندسه	فصل ۳	—	فصل ۱
گسسته	—	—	فصل ۱ (درس ۳: تا سر معادله هم‌نهشتی) (صفحه ۱۸ تا ۲۴)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

ریاضیات

۱- اگر  $A = \frac{2-2\sqrt{6}}{\sqrt{2}-\sqrt{12}} (\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2+\sqrt{3}})$  ساده شده A کدام است؟

- (۱)  $-\sqrt{2}$  (۲)  $-2\sqrt{2}$  (۳)  $-2\sqrt{3}$  (۴)  $-2$

۲- مقدار عبارت  $A = \frac{a^6\sqrt{a}-1}{a^3+a\sqrt{a}+1} \cdot (a\sqrt{a}+1)$  به ازای  $a = \sqrt[3]{3}$  چه عددی است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۳

۳- در تجزیه عبارت  $P(x) = ax^3 - 11x^2 + (8a+1)x - 6$  عامل  $x-2$  دیده می‌شود، در تجزیه عبارت  $P(3x-2)$  کدام عامل دیده

نمی‌شود؟

- (۱)  $3x-3$  (۲)  $3x-4$

- (۳)  $3x-5$  (۴)  $6x-5$

۴- خطوط  $y = 2 + \frac{x}{a}$  و  $y = \frac{-3x}{a} + b$  بر روی محور yها یکدیگر را قطع کرده و بر هم عمودند. حاصل  $a^2b$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۸

۵- نقاط  $A(3, -n)$ ،  $B(-1, 5)$  و  $C(m, 3n)$  سه رأس مثلثی‌اند که ارتفاع نظیر رأس A از این مثلث بر خط  $y = x - 4$  قرار دارد.

حاصل  $m+n$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴) -۲

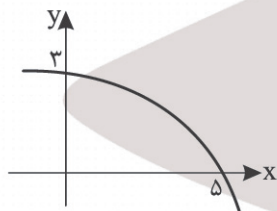
۶- نمودار تابع f با دامنه  $\mathbb{R}$  شکل زیر است. اگر  $g(x) = 5 - \frac{1}{25}x^3$  جواب نامعادله  $g \circ f^{-1}(x) < 3$  کدام است؟

- (۱)  $x < 0$

- (۲)  $x > 0$

- (۳)  $0 < x < 5$

- (۴)  $0 < x < 3$

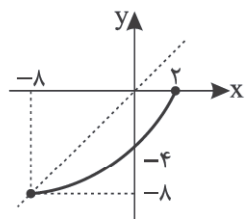


۷- هرگاه  $f(x) = \sqrt{1-2x} - x$  به طوری که مجموعه جواب نامعادله  $0 \leq f^{-1}(x) \leq a$  بازه  $[1, 7]$  باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۶ (۴) -۴

محل انجام محاسبات

۸- نمودار تابع  $f$  شکل زیر است. دامنه تعریف  $g(x) = \sqrt{\frac{f(x)}{x - f^{-1}(x)}}$  شامل چند عدد صحیح است؟



۱۰ (۱)

۵ (۲)

۸ (۳)

۹ (۴)

۹- تابع  $f(x) = \sqrt{2 - \sqrt{4 + 3x}}$  وارون خودش را در چند نقطه قطع می‌کند؟

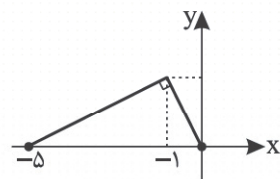
هیچ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰- با فرض آنکه شکل زیر نمودار  $y = f(x)$  باشد و  $g(x) = ax^2 + 4x$  داده شده باشد، به طوری که  $f + g$  در بازه  $(-1, 0)$  صعودی باشد،



حدود  $a$  کدام است؟

$0 \leq a \leq 1$  (۱)

$a \leq 1$  (۲)

$a < -1$  (۳)

$-1 < a \leq b$  (۴)

۱۱- تابع  $y = 3f(2 - \frac{x}{3})$  را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده و آن را وارون می‌کنیم. ضابطه تابع به دست آمده کدام است؟

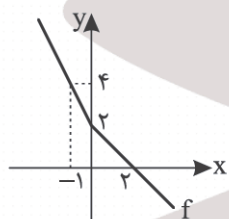
$-2f^{-1}(-\frac{x}{3}) - 1$  (۲)

$2f^{-1}(-\frac{x}{3}) + 6$  (۱)

$3f^{-1}(-\frac{x}{3}) - 6$  (۴)

$3f^{-1}(\frac{x}{3}) + 1$  (۳)

۱۲- اگر  $g(x) = 2 - 3x$  و نمودار  $f$  شکل زیر باشد، به طوری که  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  مقدار  $h^{-1}(2)$  چه عددی است؟



$\frac{1}{2}$  (۱)

$\frac{2}{5}$  (۲)

$\frac{3}{5}$  (۳)

صفر (۴)

محل انجام محاسبات

۱۳- به ازای کدام مقدار  $a$ ، نمودار تابع وارون  $f(x) = x^3 + x^2 + ax - 41$  خط  $3y - 2x = 7$  را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴- تابع  $f(x) = |x - 2a + 2| - |2a - x| - x$  در  $\mathbb{R}$  نزولی اکید باشد، حدود  $a$  کدام است؟

- (۱)  $a < 2$  (۲)  $a \geq 2$   
(۳)  $-2 \leq a \leq 2$  (۴)  $|a| \geq 2$

۱۵- هرگاه  $f(x) = x^6 + ax^3 + bx^2 - 4$  بر  $x - 2$  بخش پذیر باشد و در تقسیم بر  $x + 1$  باقیمانده اش  $-3$  باشد، باقی مانده تقسیم  $f$  بر

$x^2 - 1$  کدام است؟

- (۱)  $4 - x$  (۲)  $x - 4$  (۳)  $-x - 4$  (۴)  $x + 4$

۱۶- اگر  $f(x) = x^{18} - 1$  و  $g(x) = x^9 - 1$  باقیمانده  $xg(x) + x^2f(x)$  بر  $x^2 - 1$  کدام است؟

- (۱)  $x + 1$  (۲)  $-x + 1$  (۳)  $x - 1$  (۴) صفر

۱۷-  $f$  یک چندجمله‌ای است به طوری که باقیمانده  $f(x+1)$  بر  $x - 2$  برابر ۳ و باقیمانده  $f(x-2)$  بر  $x + 1$  برابر  $-2$  است. باقیمانده

$4f(x-1) - xf(2x+7)$  بر  $x + 2$  چه عددی است؟

- (۱)  $-14$  (۲)  $-2$  (۳)  $2$  (۴)  $14$

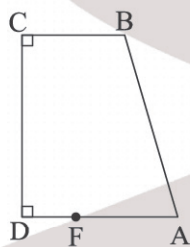
۱۸- اگر  $A = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$  و  $B = \frac{2\sqrt{3} - 2}{1 + \sqrt{3}}$  مقدار جزء صحیح  $(\sqrt{B} - \sqrt{A})^2$  چه عددی است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۹

۱۹- تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب با تعداد اضلاع یک  $m$  ضلعی محدب برابر است. اگر اختلاف مجموع زوایای داخلی آنها  $2160^\circ$  باشد، آنگاه  $m + n$  کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۹ (۳) ۲۸ (۴) ۳۰

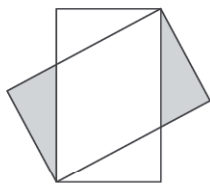
۲۰- در دوزنقه قائم الزاویه  $ABCD$ ،  $DC = 24$ ،  $DF = 7$  و اندازه  $CB$  برابر  $AF$  است. اگر فاصله رأس  $D$  تا وسط پاره خط  $BF$  برابر ۱۵ واحد باشد، مساحت دوزنقه  $ABCD$  کدام است؟



- (۱) ۶۹۶  
(۲) ۳۲۴  
(۳) ۳۴۸  
(۴) ۶۴۸

محل انجام محاسبات

۲۱- در شکل زیر، طول و عرض مستطیل‌ها به ترتیب ۵ و ۳ است. مساحت ناحیه رنگی چقدر است؟



(۱)  $4/8$

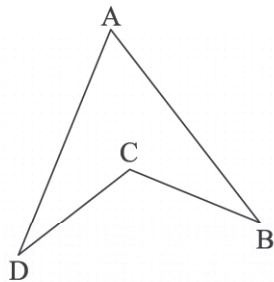
(۲)  $6/4$

(۳)  $7/2$

(۴)  $5/6$

۲۲- در چهارضلعی ABCD،  $\hat{DAB} = 60^\circ$ ،  $\hat{DCB} = 120^\circ$ ،  $AB = AD$  و  $BC = CD$  است. اوساط اضلاع چهارضلعی را به صورت متوالی به هم وصل می‌کنیم تا MNPQ به دست آید. چهارضلعی MNPQ ..... است و محیط آن ..... برابر طول AB می‌باشد.

جاهای خالی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



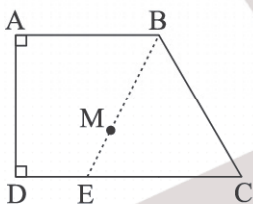
(۱) مربع -  $1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$

(۲) مستطیل -  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}$

(۳) متوازی‌الاضلاع -  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}$

(۴) مستطیل -  $1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$

۲۳- در دوزنقه قائم‌الزاویه ABCD،  $\hat{BCD} = 60^\circ$ ،  $BC = CE = a$  و نقطه M روی پاره خط BE به گونه‌ای است که  $2ME = BM$ . از خطی موازی قاعده‌های دوزنقه رسم می‌کنیم تا AD را در F و BC را در N قطع کند. اگر  $FN = \frac{1}{6}a$  باشد، مساحت دوزنقه



ABCD چه ضریبی از  $a^2\sqrt{3}$  است؟

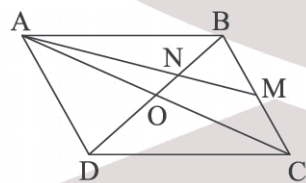
(۱)  $\frac{13}{24}$

(۲)  $\frac{7}{24}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۴)  $\frac{1}{3}$

۲۴- نقطه M وسط ضلع BC در متوازی‌الاضلاع ABCD است. اگر مساحت مثلث BMN برابر  $\frac{\sqrt{12}}{3}$  باشد، مساحت مثلث AOB چقدر است؟



(۱)  $3\sqrt{2}$

(۲)  $2\sqrt{3}$

(۳)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(۴)  $2\sqrt{6}$

محل انجام محاسبات

۲۵- دو ماتریس  $A$  و  $B$  در تساوی‌های  $A^2 + AB - BA - B^2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  و  $A - B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  صدق می‌کنند. مجموع درایه‌های قطر

فرعی  $A + B$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $-\frac{1}{3}$  (۴) صفر

۲۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$  و  $3I - 2B^{-1}A = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ -12 & -11 \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه دترمینان ماتریس  $3A^{-1} - 2B^{-1}$  کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) -۱ (۳) -۱۷ (۴) ۱

۲۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan\frac{\theta}{2} \\ \tan\frac{\theta}{2} & 0 \end{bmatrix}$  و  $(I + A)(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $13(a^2 + b^2)$  کدام است؟

- (۱)  $13 \tan \theta$  (۲) ۲۶ (۳)  $26 \tan \theta$  (۴) ۱۳

۲۸- در ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -3 & a & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ ، اگر به درایه واقع در سطر اول و ستون سوم ۵ واحد اضافه شود، مقدار دترمینان ماتریس تغییر نمی‌کند.

مجموع درایه‌های وارون ماتریس  $\begin{bmatrix} a-1 & 3-a \\ a+2 & 4-a \end{bmatrix}$ ، برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۲۹- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 3|A|^2 & -1 \\ -|A| & \frac{4}{3}|A| \end{bmatrix}$  وارون پذیر است. مقدار دترمینان ماتریس  $-2A^2$  برابر کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۳۰- برای ماتریس  $A_{3 \times 2}$  اگر  $|A - 2I| = 5$  و  $|A + I| = 3$  باشد،  $|A|$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳)  $\frac{5}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۳۱- اگر  $a \in [2]_{11}$  و  $b \in [10]_{11}$  باشند، کوچک‌ترین مقدار طبیعی  $k$  به طوری که  $ab^5 - 8a^2b + k$   $11|$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۴

۳۲- اگر  $A = 5!$  و  $B = 1! + 2! + 3! + \dots + 100!$  باشد، رقم دهگان عدد  $AB$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

۳۳- دو عدد ۲۰ و ۱۸۱ متعلق به مجموعه  $[a]_m$  هستند. اگر  $(m, 7) = 1$ ، باقیمانده تقسیم عدد  $m^a$  بر ۱۳ کدام است؟ ( $m > 1$ )

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۳۴- رقم یکان عدد  $1398!^{1399} + 1398!^{1399}$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۲

۳۵- چند عدد پنج رقمی  $a2147$  وجود دارد که به صورت  $18n + 1$  باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۳۶- اگر باقیمانده‌های تقسیم دو عدد  $8ab3$  و  $a0b7$  بر ۱۱ یکسان باشد، باقیمانده تقسیم عدد  $5a223$  بر ۳ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) نمی‌توان مشخص کرد

۳۷- در یک سال از ۱ فروردین تا ۲۹ اسفند را با اعداد ۱ تا ۳۶۵ شماره‌گذاری می‌کنیم. اگر  $a$  شماره یک روز یکشنبه و  $b$  شماره یک روز چهارشنبه باشد،  $(b-a)^2$  هم‌نهشت کدام عدد به پیمانه ۷ می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۹۸ (۲) ۱۹۹ (۳) ۲۰۰ (۴) ۲۰۱

۳۸- باقیمانده تقسیم  $100! + 99! + 98! + \dots + 2! + 1!$  بر ۳۶، مساوی  $r$  می‌باشد. رقم یکان  $(r+1)^{100}$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۹- باقیمانده تقسیم  $4 + 24^{29} + 29^{24}$  بر ۲۱ کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۷ (۳) ۱۷ (۴) ۱۵

۴۰- به ازای کدام  $k$  باقیمانده تقسیم عدد  $5^{2k+1} \times 3^{2k+1} + 2 \times 3^{2k+1} + 5^{k+2} + 3^{6k+2}$  بر ۲۶ برابر ۴ است؟

- (۱) فقط ۲ و  $k=1$  (۲) هر  $k$  عدد طبیعی (۳) هر  $k$  فرد (۴) هر  $k$  زوج